

*Por qué y cómo se hace investigación en matemática**

Yves Meyer

1. MATEMÁTICA, REBELDÍAS Y LIBERTADES

Yo tenía cinco años cuando finalizó la segunda guerra mundial, y quince años cuando se declaró la guerra de Argelia. Ésta duró siete años.

Comencé a amar la matemática alrededor de los trece años. Era en Túnez, donde pasé mi infancia.

África del Norte era todavía una colonia francesa, pero Marruecos, Túnez y Argelia empezaban a luchar por su independencia. La respuesta de Francia a los reclamos de los nacionalistas era frecuentemente una represión brutal y algunas veces el comienzo de un diálogo.

Yo era un niño rebelde y sentía en el fondo de mí que los argumentos en favor del colonialismo no eran más que mentiras. Muchos adultos aceptaban la injusticia y el orden establecido. Sus opiniones no me inspiraban confianza y llegué a la conclusión de que no se puede llegar a la verdad escuchando a los demás.

Descubrir la verdad por mí mismo se transformó entonces en una necesidad. Yo no sabía que esto es imposible fuera del ámbito restringido de la matemática. He aquí lo que yo creía: si un problema es hoy demasiado difícil para mí, tarde o temprano terminaré por encontrar la solución, pues un amor sincero, lúcido e inquieto por la verdad permite acceder al conocimiento.

* Texto presentado en el seminario inaugural del curso 2001-2002 del Proyecto: Detección y Estímulo del Talento Precoz en Matemáticas en la Comunidad de Madrid, organizado por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y la Fundación Airtel.

Los problemas de geometría me proporcionaban un placer doble. Yo podía, en primer lugar, comprobar, haciendo un dibujo, que los nueve puntos que me pedían construir estaban efectivamente sobre un mismo círculo, como me lo habían anunciado. Y luego debía demostrarlo. El placer intelectual de encontrar una demostración elegante se mezclaba entonces al placer producido por la belleza de la imagen.

En física o en las ciencias experimentales, el conocimiento me parecía estar emparentado con una suerte de creencia, pues yo no podía controlar o verificar por mí mismo lo que decía el profesor. Él utilizaba constantemente argumentos de autoridad que yo detestaba. Decía, por ejemplo: Michelson y Morley han hecho tal experimento y obtenido tal resultado. Uno no podía repetir tal experimento, y me parecía tan idiota creerle a Michelson como creer en las brujas.

En matemática hay una igualdad total entre el maestro y el alumno. Yo puedo probar, por la precisión y la fuerza de mis argumentos, que el maestro se equivoca. La matemática significaba por lo tanto la libertad (de pensar por mí mismo) y la igualdad (con el maestro). Serán necesarios muchos años más para que descubra la fraternidad entre los investigadores.

2. LA INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA

Los niños resuelven los problemas propuestos por los profesores. Haciéndolo, los niños se vuelven investigadores. Pero no han agregado una nueva piedra al edificio de la matemática, pues el profesor ya sabía la solución. El oficio de investigador consiste en descubrir lo que nadie sabe aún. ¿Estos niños, transformados en adultos, tienen derecho a consagrar sus vidas a una actividad tan pueril? ¿Quién les dirá qué problemas resolver? ¿Un investigador en matemática es un niño que se ha negado a envejecer?

Si es verdad que se puede, en matemática, separar lo verdadero de lo falso utilizando los propios recursos, la siguiente pregunta es: ¿hacia dónde, en qué dirección dirigir los esfuerzos? *Comment*

André Weil era amigo de Jean Delsarte. Cuando Delsarte murió, Weil rindió homenaje a la obra científica de su amigo. Delsarte, nos dice André Weil, definía con total libertad e independencia sus temas de investigación.

Yo hice lo mismo, y decidí, sin consultar a nadie, el tema de mi trabajo de tesis. En mis tiempos, la tesis era el resultado de cinco años de esfuerzos y descubrimientos. La tesis es, aún hoy, el primer combate y la primera victoria en la vida de un investigador.

Montaigne (1533-1592) insiste, por el contrario, en la solidaridad que une a los investigadores, y en sus *Ensayos* describe la cadena humana que hace avanzar a la ciencia.

Aquello que mi fuerza no puede descubrir, no dejo de sondearlo y de probarlo y, palpando y amasando esta nueva materia, removiéndola y calentándola, hago un poco más fácil el camino a aquel que me sigue. Hará lo mismo el segundo respecto del tercero y por ello la dificultad no debe desesperarme, ni tampoco mi impotencia...

La investigación en matemática me parece hoy una obra colectiva. Mis esfuerzos, lo que descubro o comprendo, no tienen otro sentido que el de prolongar o completar el trabajo de otros matemáticos. Esto conduce a pensar en la existencia de un misterioso director de orquesta que dirige “desde lo alto del cielo” el trabajo de los que hacen investigación. Como lo señalaba Jean Pierre Serre con tristeza, luego de una conferencia en la Academia de Ciencias, el teorema que da la lista completa de grupos finitos simples es una obra colectiva de más de seis mil páginas que ningún matemático podrá jamás leer íntegramente (un grupo finito es simple si no contiene ningún subgrupo H tal que G/H sea también un grupo). En este caso, el misterioso director de orquesta fue Daniel Gorenstein.

3. ALBERTO CALDERÓN

Fue aproximadamente en 1974 cuando renuncié a mi orgullosa independencia. Durante una decena de años (1974-1983), acepté ser discípulo de Calderón. Pero para ser discípulo de un maestro es necesario, además, que el maestro nos acepte como discípulos. Calderón me aceptó y me develó su programa de investigación. Este programa consistía en la construcción de nuevos operadores que iban a revolucionar el análisis complejo y las ecuaciones en derivadas parciales. Calderón me dejaba entrever el nuevo mundo que él se proponía descu-

brir y explorar con la ayuda de estos nuevos operadores. Los operadores son tan útiles a los matemáticos como lo son los motores eléctricos a los ingenieros.

Pero para que el programa de Calderón funcionara era necesario abrir una puerta mágica. Esta puerta permanecía cerrada con llave, y nadie podía penetrar en el mundo encantado evocado por Calderón. Esta puerta mágica tenía un nombre: la continuidad del núcleo de Cauchy sobre curvas Lipschitz.

En mayo de 1981, después de siete años de trabajo, terminé por comprender cómo se abría dicha puerta. En la actualidad, ésta se abre aún más fácilmente gracias a los trabajos de Joan Verdera, de la Universidad Autónoma de Barcelona. Durante esos siete años aprendí a trabajar en equipo y el asalto final contó con la ayuda o la colaboración de mis amigos Ronald Coifman y Alan McIntosh. Fue así como comprendí que la fraternidad juega un rol esencial en la investigación en matemática.

Alberto Calderón me trataba como un amigo y yo tenía un gran afecto por él. Yo no ocultaba mis opiniones políticas. Las suyas eran muy diferentes. Pero a mí me gustaban sus críticas. Por ejemplo, él detestaba a Atahualpa Yupanqui y, con su amabilidad usual, me explicaba las razones de su desacuerdo. Él me hizo descubrir los poemas de Jorge Luis Borges, en particular el *Poema de los dones*, que comienza así:

*Nadie rebaje a lágrima o reproche
Esta declaración de la maestría
De Dios, que con magnífica ironía
Me dio a la vez los libros y la noche.*

Alberto Calderón me hizo comprender los serios errores y los aspectos nefastos del peronismo. Calderón era un hombre reservado. Sin embargo, a veces se dejaba llevar por la nostalgia y evocaba sus largos paseos por el Buenos Aires de su juventud. En junio de 1997 la Universidad Autónoma de Madrid le rindió un último homenaje y yo tuve la felicidad de volver a verlo en esa ocasión.

4. LA MATEMÁTICA Y EL CONOCIMIENTO CIENTÍFICO

Nicolás Bourbaki es el nombre de un pequeño grupo de matemáticos franceses. El objetivo de Bourbaki fue desarrollar el rigor, la coherencia y la unidad de la matemática. Desde su punto de vista, Henri Poincaré era señalado como un “mal alumno”, pues en su obra resultaba que las hipótesis de un teorema eran modificadas a lo largo del desarrollo de la demostración... Bourbaki, a pesar de su injusta crítica a la obra de Poincaré, logró dar mayor unidad a la matemática, pero, simultáneamente, aumentó la separación existente entre la matemática y la física.

Como decía al comienzo, la física me había inspirado una gran desconfianza, hasta que, hacia 1985, cambié de opinión al comprender mejor la unidad de las ciencias. Esta nueva visión se la debo a Alex Grossmann y a Jean Morlet. El primero es un especialista en mecánica cuántica; el segundo, un ingeniero. Grossmann y Morlet trabajaban en problemas vinculados con la búsqueda de petróleo y, más precisamente, de la vibrosísmica. Y ellos comenzaron por redescubrir una identidad importante que había sido encontrada por Alberto Calderón veinte años antes. Pero ellos hicieron mucho más que eso: comprendieron que esta identidad proporcionaba un nuevo lenguaje que permitía describir las señales y las imágenes. Ingrid Daubechies, Stephan Mallat y yo íbamos a descubrir a partir de ahí los algoritmos numéricos rápidos que permitieron integrar la visión de Jean Morlet en lo que hoy se llama la revolución numérica. Los resultados de estas búsquedas permitieron, por ejemplo, acelerar la transmisión de imágenes en la web, pero también se aplican en el tratamiento de imágenes médicas. Los operadores que yo había creado siguiendo el programa propuesto por Calderón juegan hoy un papel esencial en dicha revolución numérica.

En este ejemplo, los matemáticos siguieron la ruta trazada por los físicos. Pero hay también ejemplos en el sentido inverso, en que los matemáticos han sido los profetas. Los matemáticos no están aislados del mundo que los rodea, aun si ellos creen lo contrario. Ellos anuncian a veces el mundo que vendrá.

He aquí un ejemplo de esta capacidad de adivinación de la matemática. En 1969, cuando era profesor en la Universidad de París-Sud, me empeñé en la

resolución de un problema matemático difícil, planteado por Raphaël Salem. Motivado por este problema, encontré una configuración geométrica que es una nueva manera de distribuir pequeños guijarros en un plano. De esta manera, había descubierto los cuasicristales diez años antes de que fueran encontrados en la naturaleza, en química. Los pequeños guijarros representan las ubicaciones de los átomos. Los cuasicristales son actualmente mucho más importantes que el problema propuesto por Salem, pues son ordenamientos moleculares que tienen notables propiedades físicas

5. LA MATEMÁTICA Y LA AFLICCIÓN HUMANA

Bárbara Weiss (la esposa del matemático Guido Weiss) me veía una tarde de 1981 trabajar encarnizadamente en un problema planteado por su marido, y me dijo: “Yves, si en lugar de trabajar en esas matemáticas que para nada sirven, utilizaras tu inteligencia en aliviar el sufrimiento humano, las cosas irían un poco menos mal en este mundo”. El reproche me hirió, pero continué mi trabajo matemático y dos días después había resuelto el problema planteado.

Aún hoy, después de transcurridos tantos años, no sé responder a las críticas de Bárbara Weiss. Una respuesta un poco simple y quizá mentirosa sería la siguiente: “Sí, yo he podido aliviar el sufrimiento humano”. De hecho, gracias al trabajo de todo un grupo de investigadores y médicos, los nuevos métodos de tratamiento de imágenes que Ingrid Daubechies, Stéphane Mallat y yo descubrimos, se aplican en numerosos problemas planteados por las imágenes médicas.

Pero esta respuesta es mentirosa, pues lo que yo espero de mi trabajo de matemático es volver a encontrar esa mezcla de miedo, excitación y alegría que siente un niño al buscar el tesoro perdido en una isla misteriosa. 

Reflexiones libertarias: Economía del tercer milenio

Ricardo Valenzuela

Fue un excitante día de finales de 1996 cuando mi secretaria me avisó: “Tiene una llamada de Gordon Tullock”. De inmediato mi cerebro asoció ese nombre con el de James Buchanan, premio Nobel de Economía en 1986. Tullock había sido el inseparable escudero del laureado economista, y en opinión de muchos, igualmente merecedor del premio por haber dado vida a las teorías del Public Choice –el proceso a través del cual exhibían lo inepto, inservible y costoso de las burocracias mundiales–. Luego de los clásicos saludos y cortesías, el doctor Tullock me dijo: “He leído tu ensayo y quiero hacerte una invitación para presentarte a unas personas que debes conocer”.

Esa noche llegué un poco tarde a casa del doctor Tullock, quien me recibió con una copa de vino en la mano: “Adelante, mi libertario amigo mexicano”, exclamó. Me llevó luego a una elegante sala donde se encontraba una distinguida pareja de edad ya madura. “Te presento a Bill Summers y a su esposa Nancy” me dice. Luego de todo el ceremonial, dirijo mi mirada al otro extremo de la sala, en donde veo a un hombre delgado y de apariencia jovial enfundado en unos pantalones vaqueros de mezclilla, botas también vaqueras, cabello largo y una camisa descolorida. Ahora me dice Gordon: “Y este *hippie* es el doctor Vernon Smith”. ¿Doctor en qué? pensé en esos momentos, tal vez en ciencias ocultas.

Segundos después me encontraba estrechando la mano de nada menos que el galardonado con el premio Nobel de Economía la semana pasada. Esa noche disfrutamos de una muy agradable cena y fue también el inicio de una buena amistad con esos tres hombres. Gordon Tullock era profesor en las facultades

de Economía y Leyes de la Universidad de Arizona, y bajo su tutelaje Vernon Smith desarrollaba un intrigante proyecto que ellos habían bautizado como Econolab. Bill Summers era el presidente del consejo de una de las fundaciones liberales más importantes del mundo, la *Atlas Economic Foundation*.

Vernon Smith había permanecido exageradamente callado durante la cena, hasta que Tullock lo aborda: “Vernon, por qué no nos platicas algo del proyecto que estás manejando”. Entonces ese hombre que parecía haber emergido de una película de John Wayne inicia una impresionante transformación; sus ojos adquieren un exagerado brillo, su rostro de aburrimiento cobra vida y sus lentos movimientos se convierten en ágiles y agresivos señalamientos. En un cierto momento parece un toro de lidia entrando al redondel.

Dice: “Durante años me ha apasionado el campo de la economía experimental, es decir, que las ideas que emergen de la mente de inmediato me gusta ponerlas a prueba en un laboratorio, precisamente para descubrir su validez. Los economistas siempre han centrado su atención en el entorno macro que asume ciertas preferencias de los participantes en el mercado. Esas preferencias son realmente difíciles de observar en su ambiente natural, y ello me llevó a establecer un laboratorio para comprobar si lo que se asumía y aceptaba con tanta seguridad era realmente válido y quedara científicamente comprobado. En nuestro laboratorio hemos construido verdaderos mercados, con gente real operando y comprobando nuestras teorías”.

El resto de la noche Smith la utilizó para ampliar su novedosa exposición ante su pequeño auditorio que embelesado lo escuchaba. Era la primera vez que yo me enteraba de que existía una fórmula para probar las teorías económicas antes de instrumentarlas en la práctica. Es decir, Vernon Smith estaba en el proceso de construir un área de control de calidad para las políticas económicas, que se proponía aplicar en países, empresas y organizaciones. Este tipo de investigación ha permitido “probar” ideas y teorías que en el mundo real sería imposible poner en práctica sin provocar reacciones en los mercados difíciles de predecir y de controlar. Al estar escuchando a este hombre se me representaba vestido como piloto de pruebas de los aviones supersónicos, pero probando ideas y teorías económicas.

Hace poco más de un año recibí otra llamada de Gordon Tullock: “Te llamo para despedirme, pues me regreso a George Mason”. “¿Cómo?”, exclamo sorprendido. “Sí—continúa—, ya me aproximo a los ochenta y aquí en Arizona, Vernon no tiene el apoyo que requiere para hacerse del premio Nobel que yo pienso merece y que ya debería tener”. “¿Entonces te llevas también a Vernon?”, le pregunto. “Así es, y espero nos visites en Virginia”. “Pues sí voy —le digo—, pero cuando Vernon tenga el premio en sus manos”. “Pues prepárate, porque no pasará mucho tiempo”, me responde, y cierra la conversación.

Hace unos días el sueño de estos dos hombres finalmente se ha hecho realidad. Sin embargo, es triste observar que un hombre como Gordon Tullock, con un intelecto tan fuera de serie, se quede una vez más con las manos vacías ante tal galardón, siendo que su participación ha sido de infinita importancia. El día de ayer lo llamé para felicitarlo y con esa calidad humana me manifestó su felicidad, como si él fuera el laureado. Al despedirnos me dice: “Las teorías de Vernon en los años venideros lograrán una importancia que no tenemos idea. Imagínate que Zedillo hubiera podido pasar por el laboratorio la devaluación de 1994 antes de declararla”. Le reviro: “Tal vez Fox debería pasar por el laboratorio la privatización de PEMEX para la rehabilitación del país, comprando toda la deuda que no podemos pagar, reestructurarla y venderla en los mercados secundarios. Ah, y López Obrador su segundo piso, que someta sus arranques populistas y demagógicos a la prueba del laboratorio de Vernon”. Tullock se despide con fuerte carcajada.

Este año Vernon Smith comparte el premio Nobel por primera vez no con otro economista, sino sorprendentemente con un psicólogo. Esto nos transporta una vez más a la realidad de la ciencia económica: “La Acción Humana”. Daniel Kahneman se hizo acreedor al prestigiado premio por sus aportaciones a esa novedosa área, la economía del comportamiento. Ya Von Mises lo había definido muy claramente a través de su Paraxeología; la economía es cincelada por La Acción Humana. Esta combinación de economía experimental y la del comportamiento abre un nuevo e interesante capítulo en el estudio de esta misteriosa ciencia que va más allá de la simple oferta y demanda. Felicidades a mis amigos Vernon y Gordon.

Entre los títulos publicados por Daniel Kahneman y Vernon Smith destacan los siguientes:

Tversky, A., y D. Kahneman, “Belief in the law of small numbers”, en *Psychological Bulletin*, 76, pp. 105-110, 1971.

Kahneman, D., “Cognitive limitations and public decision making, Science and Absolute Values”, en *Proceedings of the Third International Conference on the Unity of the Sciences*, Londres, International Cultural Foundation, pp. 1261-1281, 1974.

Tversky, A., y D. Kahneman, “The framing of decisions and the psychology of choice”, *Science*, pp. 211, 453-458, 1981.

Kahneman, D., y A. Tversky, “The psychology of preferences”, en *Scientific American*, 246, pp. 160-173, 1982.

Kahneman, D., y A. Tversky, “Choices, values and frames”, en *American Psychologist*, 39, pp. 341-350, 1984.

Kahneman, D., “Experimental economics: A psychological perspective”, en R. Tietz, W. Albers y R. Selten (eds.), *Modeling Bounded Rationality*, pp. 11-20, 1987.

Smith, Vernon L., *Research in Experimental Economics*, vol. 1, Greenwich, Conn., JAI Press, 1979.

Smith, Vernon L., “Experimental Methods in Economics”, en *The New Palgrave: A Dictionary of Economic Theory and Doctrine*, John Eatwell, Murray Milgate and Peter Newman (eds.), Nueva York, Stockton Press, 1987.

Smith, Vernon L., *Papers in Experimental Economics*, Nueva York y Melbourne, Cambridge University Press, 1991.

Smith, Vernon L., “Economics in the Laboratory”, en *Journal of Economic Perspectives*, 8:1 (invierno), pp. 113-131, 1994.

Smith, Vernon L., “Human Action After Fifty Years”, en *The Cato Journal* 19, núm. 2 (otoño), 1999.

Smith, Vernon L., *Bargaining and Market Behavior*, Cambridge, Cambridge University Press, 2000. 